SILVIA FATTORI

Matematica

Un percorso didattico dalla IV alla V primaria

Premessa

“Il progetto è stato svolto in due classi della scuola primaria “Edmondo De Amicis” di Forlì, scuola nella quale anche attualmente insegno. Il percorso illustrato è relativo all’ambito matematico, in particolare al concetto di numero razionale ed ha coinvolto due classi quarte, proseguendo fino al termine della quinta elementare. Come succede per ogni azione educativo-didattica che si attui all’interno di una istituzione scolastica, il progetto è partito da un’attenta lettura delle Indicazioni Nazionali allora vigenti[1]. In linea con queste e con le decisioni assunte a livello collegiale in fase di stesura del POF, ho deciso di rimandare lo studio delle frazioni e dei numeri razionali fino alla classe quarta”

Il progetto in sintesi

Presento in modo schematico il progetto, che ho poi realizzato suddividendolo in unità didattiche.

- Obiettivi e contenuti

- Obiettivo didattico generale: conoscere e utilizzare la frazione nei suoi vari significati in diversi ambiti e contesti.

- Obiettivi specifici e contenuti:

riconoscere e utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel continuo;
utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel discreto;
ricostruire l’intero partendo da una frazione data, nel continuo e nel discreto;
utilizzare la frazione come operatore;
confrontare e ordinare le frazioni;
individuare frazioni equivalenti;
riconoscere e usare la frazione come misura di tempo, di lunghezza, di peso;
riconoscere e usare la frazione come quantità di scelta in un tutto;
utilizzare la frazione come quantità di scelta in un tutto;
comprendere il significato di frazione come rapporto;
utilizzare la frazione come rapporto;
riconoscere la percentuale come frazione;
trasformare una frazione in percentuale e viceversa;
operare con la percentuale;
trasformare una frazione in numero decimale e viceversa;
collocare la frazione come punto su una retta orientata;

[1] D.L. 19 febbraio 2004, n. 59. (Moratti…giusto?)

leggere una frazione come espressione di una probabilità;
utilizzare la frazione come modo per esprimere una probabilità.

- Selezione e organizzazione dei metodi

- Tecniche prescelte:simulazione, ricerca e scoperta, validazione, socializzazione e istituzionalizzazione da parte del docente dei saperi scoperti personalmente dagli allievi; gioco; esercitazioni.

- Ambiente di lavoro: aula, palestra.

- Strumenti e materiali didattici: cartoni delle uova, nastri, fogli quadrettati, scatole e cartoncino, pennarelli, forbici, tangram, geopiano, carte da gioco, dadi, monete, quaderni, palla e canestro, ricettari, orologio, shaker per cocktail (introdotto in un secondo tempo), perline e filo.

- Raggruppamento degli allievi e loro ruolo: lavoro a piccoli gruppi nella fase iniziale, poi lavoro col gruppo-classe. Gli allievi parteciperanno attivamente ed, in un primo momento, autonomamente alla costruzione del loro sapere, poi valideranno e socializzeranno le conoscenze che saranno, infine, istituzionalizzate dal docente.

- Ruolo del docente: il docente sarà dapprima informatore e facilitatore, poi guida e regista dell'attività e infine istituzionalizzatore; durante la verifica formativa sarà attento osservatore.

- Periodo di realizzazione e tempi previsti: 2 anni (quarta e quinta primaria, per una media di un'ora e mezza settimanale circa).

- Verifica formativa

- La verifica formativa sarà somministrata alla fine di ogni unità didattica, per verificare l'eventuale necessità di soffermarsi ulteriormente sulla stessa. Il lavoro sarà individuale. Di fronte ad una supposta difficoltà, l'insegnante osserverà e dialogherà con gli alunni al fine di comprendere quali ostacoli impediscono l'apprendimento ed il contesto nel quale dovrà vertere l'attività di recupero.

- Attività di recupero (o consolidamento)

- Sono previste alcune ore da dedicare ad attività di recupero attraverso lavoro in piccoli gruppi o, quando ve ne è la possibilità, individuale. Sono previste attività di gioco e discussioni collettive. Il contenuto delle proposte sarà elaborato solo dopo aver osservato quali ostacoli si frappongono all'apprendimento e a quale contesto essi si riferiscono.

- Verifica finale

Sono previste sia una verifica individuale finale di circa 2 ore, composta da problemi relativi ai vari obiettivi previsti, sia una gara a squadre per verificare i cambiamenti nelle modalità di gestione del lavoro di gruppo.

Riprendo brevemente e in modo descrittivo alcuni punti del progetto prima di illustrare le fasi del percorso.

3.3.3. Gli obiettivi

Nella stesura del mio progetto, ho seguito le fasi della progettazione illustrata nella prima parte di questo lavoro e, in linea con una pedagogia per obiettivi, mi sono chiesta cosa volevo ottenere per i miei alunni con il percorso che mi accingevo a progettare, prima, e a intraprendere, poi. Partendo da questa riflessione, ho, quindi, prima di tutto, formulato gli obiettivi e, solo successivamente, ho previsto tecniche di lavoro, ambienti e materiali, modalità di raggruppamento degli allievi e ho pensato ad alcune modalità di verifica formativa e finale nonché alcune possibilità per attivare il recupero.

3.3.4. Il metodo didattico

Dal punto di vista metodologico-didattico, ho cercato di mettere a frutto l' esperienza partendo dalla forte convinzione che nella scuola primaria, soprattutto nei primi anni, ma per molti alunni anche negli ultimi, il processo di insegnamento-apprendimento è fortemente mediato dalla relazione sia con l'insegnante sia con i coetanei. In particolare, credo che, proprio per gli alunni più deboli, sia importante mirare ad alcuni obiettivi educativi intesi come atteggiamenti e capacità che incidono intimamente e permangono più stabilmente nella personalità dei ragazzi, attraverso un apprendimento che si sviluppa all'interno di una relazione positiva e significativa. Mi riferisco, ad esempio, all'acquisire un atteggiamento positivo di fronte ai vari aspetti del conoscere, una viva curiosità, la sicurezza di poter essere costruttori del proprio apprendimento, la fiducia nelle proprie capacità…obiettivi tanto più difficili da raggiungere quanto maggiori sono le difficoltà legate a scarsa maturazione, mancanza di prerequisiti pienamente soddisfacenti, "abitudine" a non porsi domande per insufficienti stimoli dell'ambiente familiare. Partendo da queste convinzioni e dall'analisi delle reali situazioni in cui mi sono trovata ad operare, contraddistinto da alunni con così varie caratteristiche e diversificati bisogni e ritmi di apprendimento, ho scelto quindi di utilizzare il lavoro a piccoli gruppi eterogenei e variabili ogni volta che mi è stato possibile, sicuramente ogni volta che è stato introdotto un nuovo aspetto del concetto da affrontare. In questo modo, ho cercato di suscitare la curiosità, l' interesse e la motivazione che una attività di questo tipo può stimolare in quanto diversa dal quotidiano modo di procedere in aula. Non solo, ma il lavorare a gruppi assicura a tutti un altro aspetto fondamentale alla riuscita delle attività… il successo (del gruppo naturalmente!), arma infallibile per evitare che si instauri il pericoloso meccanismo dell'insuccesso-demotivazione-insuccesso, soprattutto per gli alunni più deboli (scolasticamente parlando). Ciò non significa certamente che il lavoro di gruppo possa prevenire o evitare completamente le difficoltà di apprendimento di alcuni alunni, soprattutto relativamente ad un argomento così complesso come quello delle frazioni e dei numeri razionali, ma, se siamo senz'altro pienamente responsabili della significatività dei processi di apprendimento, lo siamo in gran parte anche dei risultati nell'apprendimento, pur giocando su questi innumerevoli variabili. Lavorare in gruppo implica, infatti, una divisione degli incarichi tra i partecipanti, che assumono ruoli diversi, ma tutti essenziali per l'attività comune e che sono pertanto personalmente responsabilizzati. Il disporsi a gruppi, quindi, è stato un modo sia per catturare l'attenzione dei ragazzi e predisporli ad un atteggiamento di interesse verso il lavoro che stavamo per affrontare, sia per sviluppare competenze sociali di tipo collaborativo, da me continuamente sostenute. Ecco, quindi, lo scoglio legato non solo alle prove da superare e risolvere, ma la difficoltà a comunicare le proprie idee con chiarezza o a trasmettere in modo esaustivo i propri sentimenti, negoziando le proprie convinzioni. Naturalmente, in questo modo di procedere è stato fondamentale la mia personale assistenza in termini di incoraggiamento a procedere di fronte alle difficoltà favorendo l'apporto di ciascuno, di invito alla comunicazione e alla condivisione nel momento in cui sono nati conflitti, di stimolo e di verifica che si stesse marciando effettivamente verso la giusta meta. Ho cercato, poi, un modo allettante per presentare le varie situazioni-stimolo al lavoro intellettuale e pratico, attraverso la simulazione di situazioni problematiche reali da risolvere ("Siamo un team di architetti…", "Dobbiamo organizzare una festa…", ecc…), di situazioni rintracciabili nella realtà, anche per dare un senso a quello che stavamo facendo, tenendo le distanze da contesti inverosimili o troppo astratti, per lo meno nella prima fase del lavoro. Quando mi è stato possibile, ho cercato di presentare le situazioni come gioco, per «*[…] cercare di smitizzarla, 'sta matematica, di renderla più discutibile, più allegra, meno formale, meno incapsulata dentro stereotipi stantii e ammuffiti*»[2]. Ogni situazione può divenire un enigma, un problema, un rompicapo, una sfida interessante nella quale cimentarsi e nella quale ci si butta con meno paura se si ha la protezione del gruppo, unitamente alla sensazione di svolgere un gioco. Allo scopo di presentare situazioni sempre nuove e interessanti ho cercato di fare uso di diversificati strumenti, figure inusuali, vari materiali (dal geopiano, ai lego, ai cartoni delle uova, dalle torte alle ricette, dai cocktail ai formaggini e ai biscotti e così via), utile a solleticare fantasia e curiosità e a stimolare una certa elasticità mentale e versatilità degli atteggiamenti di fronte ai nuovi saperi. Non solo, ma la richiesta che proveniva dalle attività iniziali, molto spesso, era quella di costruire qualcosa o risolvere costruendo, operando concretamente, dando vita ad una sorta di laboratorio, anche se inteso nella sua interpretazione "debole"[3]. Tutti questi elementi, lavoro in gruppo, gioco, proposte legate a situazione reali, diversificazione degli strumenti, si sono rivelate utili a creare quell'importante elemento, volto a promuovere un apprendimento realmente attivo, che è la discussione in classe. Mi fa piacere pensare che i miei alunni "costruiscano" il loro sapere e non lo subiscano passivamente, in un confronto dialogico con i compagni e con l'insegnante. Ecco perché, ad esempio, nell'affrontare un concetto nuovo solitamente non seguo il sussidiario in adozione, ma cerco di lanciare un input che solleciti una riflessione e che faccia arrivare il gruppo classe ad una "conclusione" (che a volte è anche il punto per una nuova partenza), che è sicuramente quella proposta dal testo, ma attraverso strade che molto probabilmente sono altre. Procedendo secondo una certa gradualità, ho poi cercato di utilizzare tutti i registri semiotici a disposizione, senza tuttavia mai abbandonare completamente ciò che avevo precedentemente trattato, cercando di non arrivare per forza e troppo presto ad una

---

[2] D'Amore B., Prefazione a Fandiño Pinilla M.I., Sbaragli S., *Matematica di base per insegnanti in formazione*, Bologna, Pitagora, 2001.

[3] Cfr., Sbaragli S., Area di base: matematico-scientifica. Le competenze matematiche nel nuovo curricolo biennale della formazione professionale, In: Lodini E., Luppi E. e Vannini I. (a cura di), *Promuovere le competenze "per la vita"*, Bologna o Roma???, Carocci, 2007, p.113.

definizione della frazione, alla quale sono stati invece attribuiti ogni volta significati e interpretazioni utili e sensati al contesto d'uso. Ho, quindi, ritenuto di suddividere il percorso sulle frazioni in una serie di "tappe" o unità didattiche, facenti perno ciascuna ad uno o più obiettivi. Per ciascuna di esse ho previsto alcune fasi:

- un forte stimolo iniziale, tale da solleticare la curiosità di tutti ad una nuova scoperta attraverso il lavoro in gruppo;
- condivisione delle soluzioni e/o delle scoperte fatte e conseguente istituzionalizzazione da parte del docente dei saperi scoperti dagli allievi;
- alcuni momenti di applicazione del nuovo concetto o della nuova abilità, attraverso esercizi, giochi, attività di vario tipo;
- un momento di verifica formativa individuale, per testare il livello di padronanza del concetto;
- un eventuale momento di rinforzo e recupero, qualora le verifiche formative avessero dato esito negativo o solo parzialmente positivo, attraverso un lavoro individualizzato a piccoli gruppi di livello o, se necessario, individuale, prevedendo anche attività di consolidamento per chi avesse già acquisito la padronanza del concetto. Mi soffermo su questo aspetto per riflettere su quanto spesso l'approccio usuale alle difficoltà degli allievi, caratterizzata dalla «*[…] ripetizione degli argomenti, la correzione degli errori, la messa in guardia dagli errori tipici, il ripetere esercizi simili a quello dove si era verificato l'errore, il mostrare il procedimento corretto, sembrano non funzionare[…]*»[4].

Diverse esperienze fatte mi hanno in effetti confermato che, l'interpretazione dell'errore da parte dell'insegnante, soggettiva e rispondente alle sue convinzioni, non sempre corrisponde al percorso mentale che l'allievo ha effettuato nel procedere in un certo modo. È importante quindi stabilire un momento di confronto e di dialogo tra insegnante e allievo relativamente all'errore compiuto. Ho tentato, quindi, di soffermarmi sempre sugli errori dei miei alunni, confrontandomi con loro e chiedendo, prima di tutto, il perché di un certo modo di procedere. Occorre, quindi, non dimenticare che «*l'interpretazione dell'insegnante è necessaria come ipotesi di lavoro per l'intervento di recupero: ne suggerisce infatti la direzione. Ma importante che l'insegnante sia consapevole che la sua interpretazione è solo una delle tante possibili, e risente delle sue esperienze, del suoi schemi interpretativi, delle sue convinzioni: solo così sarà pronto a metterla in discussione un caso di fallimento della strategia didattica adottata*».[5]

Al termine del percorso ho previsto una verifica di tipo sommativo, per verificare la padronanza delle conoscenze e dei concetti e, nello stesso tempo, la validità del percorso intrapreso.

3.3.5. La verifica e la valutazione

All'interno di questo modo di procedere non è mancata certamente l'osservazione continua, in itinere, finalizzata alla messa a punto delle proposte per il consolidamento o il recupero o l'approfondimento e, nella fase conclusiva, volta alla verifica del raggiungimento degli obiettivi prefissati e alla quantificazione del livello di padronanza raggiunto. Come si

---

[4] Cfr., Sbaragli S., Area di base: matematico-scientifica. Le competenze matematiche nel nuovo curricolo biennale della formazione professionale, In: Lodini E., Luppi E. e Vannini I. (a cura di), *Promuovere le competenze "per la vita"*, Bologna o Roma???, Carocci, 2007, p.113.

[5] Zan, 2007 (non ho i riferimenti, li troverò)

evince, infatti, dalla predisposizione dei momenti fondamentali di ogni unità didattica, la valutazione ha attraversato ogni momento della progettazione prima e della realizzazione poi. Non solo, ma la valutazione ha costituito sicuramente uno dei momenti più difficoltosi del mio lavoro, sia nella fase diagnostica (analisi della situazione e dei prerequisiti, decisioni relative agli obiettivi e alla loro successione,…), sia in itinere e in conclusione dei lavori. È sempre difficile stabilire prove che abbiano un certo grado di validità e attendibilità, tali da garantire una misurazione precisa e una valutazione il più possibile oggettiva e scegliere tra tipologie diverse, così da essere certi di testare realmente le abilità che sottintendono il raggiungimento degli obiettivi prefissati. Ho stabilito, quindi, alcuni problemi che mi potevano servire per stabilire se l'obiettivo era stato raggiunto in modo sufficiente per tutti, prima di procedere all'unità di apprendimento successiva. In fase di progettazione, ho stabilito anche una serie di prove utili per una verifica di tipo sommativo tra cui, poi, ne ho selezionate alcune, per formulare una verifica risolvibile in un arco di tempo di 2 ore al massimo. Rispetto alla modalità di lavoro che mi ero prefissata di attuare, ho anche ritenuto utile progettare una sorta di gara a squadre, sia per verificare la capacità di risolvere situazioni problematiche legate al concetto di frazione lavorando in gruppo, sia per osservare le modalità di conduzione dello stesso lavoro di gruppo e trarre le conclusioni in merito ad eventuali miglioramenti, progressi, cambiamenti. Nella progettazione delle prove di verifica ho ritenuto utile avvalermi della collaborazione di una collega, che si occupa dell'ambito matematico nella classe parallela a tempo pieno, per stabilire con maggiore trasparenza le modalità di somministrazione del punteggio e la chiarezza di ciò che si andava a testare con le singole prove. I problemi delle prove di verifica individuali e della gara a squadre saranno illustrati nel capitolo che segue. Prima di procedere mostrando parte del percorso svolto, intendo brevemente soffermarmi sull'attività di recupero che, spesso, è seguita alla fase di verifica formativa delle varie unità didattiche e che rappresenta sempre uno dei momenti più difficili del percorso di apprendimento. Ho cercato, quindi, di stabilire un rapporto di fiducia tale con i miei alunni, così da rendere possibile un dialogo ed un confronto che mi permettessero di capire il loro modo di pensare e di procedere, senza dare per scontato che un errore fosse dovuto ad una carenza proprio nel contesto in cui si verificava o fosse causato dalla difficoltà che io credevo già di conoscere. Non è sempre stato facile, per lo meno non con tutti i bambini, instaurare un rapporto di questo tipo, ma gli sforzi in questa direzione (non solo i miei, ma anche e soprattutto quelli degli studenti) sono stati premiati e credo di poter dire che per quasi tutti l'errore sia diventato un momento di crescita comune. Infatti, in seguito a questo tipo di approfondimento, possibile spesso solo in piccolo gruppo o in rapporto 1:1, è risultato, a volte, che l'errore fosse stato indotto da una consegna non del tutto chiara e la conversazione, spesso, oltre che sollecitare un grado maggiore di consapevolezza negli alunni, ha portato a maggiori risultati di recupero rispetto alla ripetizione degli esercizi.

Il percorso

Ho deciso di illustrare alcune attività relative al lavoro svolto in quarta e quinta primaria. Presento il lavoro suddiviso in unità didattiche per ognuna delle quali illustrerò l'obiettivo centrale e la proposta, come pure i commenti più significativi dei bambini.

Unità Didattica n. 1

Obiettivi:
- riconoscere e utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel continuo;
- utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel discreto.

Questa unità didattica è stata quella a cui ho dedicato più tempo, sia per l'elevato numero degli obiettivi che mi sono prefissata di raggiungere sia perché, a mio parere, questi obiettivi precedono e sono propedeutici ad altri che, quindi, ho affrontato successivamente, costituendo pertanto prerequisiti di altre fasi dell'apprendimento. Le attività di gruppo sono state inizialmente legate ad esempi in cui il tutto era una unità continua (ad esempio l'area superficiale di un terreno) e solo successivamente il tutto era una unità discreta (ad esempio un certo numero di bambini o di figurine). In entrambe i casi, gli alunni hanno afferrato subito la relatività di ciò che veniva sottointeso dal termine "uguale" e si sono mostrati pronti a specificare "uguali nella superficie" o "di uguale numero" o "uguali nel peso" (nel caso ad esempio si trattasse di fette di torta). Nei casi in cui il tutto era una unità continua, l'uso di figure diverse da quelle solite (non il solito triangolo equilatero o il solito quadrato o rettangolo) ha forse stimolato i bambini a sganciarsi subito dalla forma e a fare le parti di forme diverse ma di area uguale, nonostante il concetto di area fosse appena stato accennato. Quello che segue, per cui mi sono ispirata ad un esercizio proposto da M.I. Fandiño Pinilla[6], rappresenta l'input all'unità didattica.

Situazione 1
"2 mucche pascolano nello stesso prato, ma una mangia troppo e ingrassa, mentre l'altra mangia poco e dimagrisce. Il contadino allora costruisce una recinzione tale che ogni mucca abbia la stessa quantità di erba a disposizione."

Il materiale utilizzato è costituito da materiale di recupero: cartoni delle uova per i pascoli erbosi, avanzi di fettuccia colorata e pecorine fatte di cotone idrofilo e carta.

[6] Cfr., Fandiño Pinilla M.I., Le frazioni aspetti concettuali e didattici, Bologna Pitagora, 2005, pp. 104 e 105.

Andrea spiega che alcune recinzioni dividono il pascolo in parti perfettamente uguali per forma e dimensione, mentre in altri casi la forma non è uguale perchè ciò che è importante è che sia uguale l'area.
Nicola: «Ogni parte può chiamarsi metà».
Dudi: «Io so che in linguaggio matematico si può scrivere $\frac{1}{2}$, cioè una parte di due».
Un'altra attività che ha molto coinvolto i ragazzi è stata la seguente.

Situazione 2
"3 fratelli ricevono in eredità un terreno sul quale decidono di costruire le loro 3 case. Fai il progetto di spartizione del terreno".

In questo caso i terreni erano costituiti da fogli di carta di forme diverse. Claudiu ed Emma osservano che le 3 parti dovrebbero essere uguali e Victor specifica dicendo che dovrebbero essere uguali nell'area. Denis, invece, ammette che a lui piacerebbe avere la parte più grande, ma Matteo, che se ne intende (infatti nella sua famiglia sono proprio 3 fratelli), gli spiega che è necessario e giusto che il terreno venga diviso in parti di uguale area.

Situazione 3
"Questa volta abbiamo terreni di forma quadrata e puoi decidere tu come frazionare".

I terreni sono rappresentati da geopiani.

Alice spiega: «Abbiamo diviso il geopiano in 5 parti perchè era il modo più semplice: i quadrati della superficie sono 25 che è divisibile per 5».
Romeo, invece, commenta: «I nostri chiodi sono 64 e li abbiamo divisi in 2 parti. I quadrati della superficie sono 49 e anch'essi li abbiamo divisi in 2 parti. I chiodi sono 32 in ogni parte e i quadrati sono 24 e mezzo in ogni parte».
Questo problema è stato utile, come si può evincere dalle spiegazioni dei bambini, anche per riprendere e utilizzare un altro importante concetto quale quello di multiplo e divisore, perchè i bambini hanno capito che, per trovare il denominatore, occorreva capire in quante parti potevano dividersi le varie superfici. Ogni volta che è stato possibile, ho cercato, infatti, di riprendere concetti noti per approfondirli e utilizzarli in contesti nuovi (principio di ricorsività[7]).

Situazione 4
"E questo terreno come è stato suddiviso?
In quante parti è suddiviso il tangram?
Sono tutte uguali? Hanno uguale area?
Com'è il triangolo più grande rispetto all'intero? E il triangolo medio?"

Il terreno, costituito da un tangram in cartoncino, questa volta era già stato suddiviso e i bambini dovevano capire se la suddivisione corrispondeva ad un frazionamento e a quale frazione corrispondeva ogni parte.

[7] Cfr., Pellerey M., *Progettazione didattica: metodi di programmazione educativa e didattica*, Torino, SEI, 1994[2].

Il concetto di estensione ed equiestensione è stato ripreso e approfondito grazie a questo prezioso strumento (il tangram)[8] che i bambini hanno analizzato nelle forme e nelle proporzioni tra le superfici dei vari poligoni.

Quindi, sono stati invitati a costruire forme diverse, ma equiestese all'intero, usando però solo alcuni tipi di pezzi indicandoli con la frazione che costituiscono rispetto all'intero. Ad esempio, la consegna poteva essere: costruisci una forma equiestesa al triangolo più grande usando solo le forme che rappresentano 1/8 del tangram.

Situazione 5
"S*iamo un team di architetti e progettiamo la costruzione di 4 ville in un terreno che viene suddiviso in parti di uguale superficie. Le ville possono essere di forma diversa, ma ognuna deve avere la stessa area verde a disposizione*".

Abbiamo, in questo caso, un terreno di carta ondulata e altri materiali (scatoline, cartoncini colorati,…) per costruire le casette.

Al termine del lavoro, riproduciamo sul quaderno.

Chiara: «Per ottenere uguale area verde, poiché i terreni hanno uguale estensione, abbiamo costruito case che occupino la stessa superficie».
Maestra: «In ogni porzione di terreno, a quale frazione facciamo corrispondere il terreno occupato dalla casa?».
Chiara: «Ogni casa occuperà $\frac{1}{2}$ del suo terreno».
Fino a questo momento, abbiamo lavorato sulla frazione unitaria. Decido, quindi, di proporre ai miei allievi l'uso della frazione con numeratore diverso da uno.

Situazione 6
"Stessa agenzia…stessi architetti…ma diversa situazione. La famiglia Leoni e Frasca decidono di acquistare un terreno per costruire le loro 2 case. La famiglia Leoni, composta da 3 persone, decide di acquistare una parte di terreno meno estesa della famiglia Frasca, composta da 6 persone, in quanto ha bisogno di una casa più piccola. La famiglia Leoni decide quindi di acquistare 1/3 del terreno. A quale frazione corrisponderà la parte di terreno di Frasca?"

[8] Citazione sul tangram

Nonostante la semplicità del problema, ai bambini è risultato stimolante perché le due famiglie di cui parla il testo corrispondono a due reali famiglie della classe che presentano le stesse caratteristiche.
Chiara: «Frasca avrà 2 parti su 3, cioè $\frac{2}{3}$ del terreno». Arriviamo alla conclusione che $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$ e che tra frazioni con uguale denominatore è maggiore quella con numeratore maggiore. Non solo, ma questo problema ci porta alla considerazione che le due parti di terreno corrispondenti a $\frac{1}{3}$ e a $\frac{2}{3}$ insieme danno tutto l'intero terreno. Arriviamo allora a dire che $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$ sono frazioni complementari. Solo successivamente ho affrontato le frazioni come parte uno-tutto nel discreto e ai bambini è risultato semplice scoprire $\frac{1}{4}$ delle 24 figurine di Matteo o $\frac{1}{6}$ delle 30 caramelle di Sofia, trovandosi sempre di fronte a situazioni verosimili e giocose. Prima di procedere per affrontare il concetto successivo, cioè la capacità di ricostruire l'intero partendo dalla frazione, nel continuo e nel discreto, ho verificato che i miei alunni, dopo un certo periodo in cui il concetto di frazione come parte uno-tutto era stata esercitata anche con le situazioni proposte da vari eserciziari e dal nostro sussidiario, ne avessero effettivamente raggiunto l'acquisizione. Ho somministrato dunque una verifica individuale di tipo formativo dalla quale è emerso che, in questa fase, non sono state riscontrate grosse difficoltà, neppure per gli alunni più deboli, se si escludono gli alunni con disabilità.

Unità didattica n. 2
Obiettivo**:**
- ricostruire l'intero partendo da una frazione data, nel continuo e nel discreto.

Ora che abbiamo la nozione di frazione complementare e abbiamo lavorato su continuo per un certo periodo, proviamo a risalire dalla frazione unitaria all'intero e poi da una frazione propria diversa dall'unitaria all'intero.

Situazione 7
"Ciò che vedi rappresenta la frazione…ricomponi l'intero."

con i biscotti…

con i formaggini…

con il disegno…

con i lego…

La consegna è:Il lego verde è $\frac{3}{10}$.
Ricostruisci l’intero.

Il complesso è 9/16.
Ricostruisci l’intero.

Il lego verde è 3/5.
Ricostruisci l’intero.

In questa fase, mi sono limitata ad utilizzare questo concetto nel continuo o proponendo nel discreto semplici casi con supporto di materiale concreto, rimandando l’approfondimento della ricostruzione dell’intero a partire dalla frazione in contesto discreto ad un momento successivo. Anche in questo caso, secondo quanto è emerso dalla verifica individuale di tipo formativo, non ci sono state grosse difficoltà e anche i bambini più deboli hanno raggiunto un sufficiente grado di padronanza del concetto, avvalendosi, per le soluzioni, del supporto di materiale concreto.

Unità didattica n. 3
Obiettivo:
- la frazione come operatore (nel discreto).

Anche questa volta, diversi strumenti e materiali concreti mi hanno aiutato per un primo approccio significativo al concetto di frazione come operatore.

Situazione 8
“Martina decide di costruire una collana e un braccialetto con delle grosse perle lucenti di vetro che le ha regalato nonna Rosa. Dispone di 21 perle e pensa di utilizzarne $\frac{1}{3}$ *per il bracciale e le restanti per la collana. A quale frazione corrisponde la parte di perle per la collana? Quante sono le perle per il bracciale e quante quelle per la collana?”*

Victor: «Per prima cosa divido il mio intero, che in questo caso è dato dalle 21 perle, in 3 parti, per trovare $\frac{1}{3}$,…le 3 parti devono essere uguali, ma in questo caso è uguale numero…quindi 3 gruppi da 7».

Dudi: «Così trovo le perle per il bracciale».
Maestra: «E per trovare le perle per la collana?»
Dudi: «Vediamo le perle che restano…».

Solo a questo punto, sollecitati da me a trovare un’altra soluzione, capiscono che le 7 perle ($\frac{1}{3}$) possono essere ripetute 2 volte per trovare i $\frac{2}{3}$ e che quindi la frazione $\frac{2}{3}$ indica una procedura, un modo di operare e cioè $\frac{2}{3}$ di 21 = (21 : 3) × 2.
La situazione viene registrata nei quaderni e si cercano casi nuovi a cui applicare il concetto. In una particolare circostanza una bambina propone di operare in modo diverso e, anziché calcolare (21 : 7) x 3, per trovare i $\frac{3}{7}$ di 21, procede facendo (21 x 3) : 7. Notiamo che il risultato non cambia e accettiamo questa soluzione. Nel verificare il raggiungimento di questo obiettivo, non ho riscontrato grosse difficoltà, anche se le risposte, che alcuni bambini mi hanno dato su mia sollecitazione a chiarire o commentare, mi hanno fatto sospettare che, per alcuni di loro, il calcolo della frazione di un numero corrispondesse all’applicazione di una formula imparata mnemonicamente più che all’applicazione di un concetto effettivamente padroneggiato. Per questo, ho ritenuto opportuno lavorare, di quando in quando, in piccoli gruppi, differenziando il lavoro a seconda del grado di complessità e in relazione al grado di astrazione richiesto, prevedendo per i più deboli rappresentazioni o materiali con i quali operare realmente prima di registrare in linguaggio matematico. In particolare, questo tipo di lavoro è stato indispensabile in una delle due classi ed è stato possibile lavorare, differenziando il lavoro per gruppi, grazie alla presenza dell’insegnante di sostegno. Accanto al lavoro di recupero in gruppo, quindi è stato previsto un momento di approfondimento e consolidamento per altri alunni in grado di lavorare pressoché autonomamente.

Unità didattica n. 4
Obiettivi:
- confrontare e ordinare le frazioni;
- individuare frazioni equivalenti.

Per sollecitare una prima riflessione sul confronto delle frazioni, ho deciso di portare a scuola 2 torte uguali, una per la IV A e una per la IV B. Abbiamo ricavato 18 fette da quella destinata alla IV A e 24 fette da quella destinata alla IV B.

È saltato subito agli occhi che, essendo le torte di uguale dimensione e peso, le fette destinate alla IV B erano più piccole rispetto a quelle di IV A.

Quindi, registrando la situazione sul quaderno abbiamo scritto le nostre conclusioni e cioè che $\frac{1}{24} < \frac{1}{18}$. Strano!
Nei numeri naturali 24 > 18!

Il disappunto dei bambini di IV B, che hanno mangiato una fetta più piccola e la soddisfazione di quelli di IV A, che hanno ricevuto una fatta più grande, è stata utile a capire che più numerose sono le parti e più piccoli sono i loro volumi. Il concetto è stato approfondito nel modo che segue.

Situazione 8
"In pasticceria sono esposte alcune torte suddivise in diverse parti: la torta al cioccolato è suddivisa in mezzi, la torta alla vaniglia è suddivisa in ottavi, la torta alla fragola è divisa in terzi, quella al pistacchio è in dodicesimi, la torta alla panna è suddivisa in sesti, la torta all'albicocca è suddivisa in quarti. Disegna le torte sul quaderno tenendo presente che hanno la stessa forma, le stesse dimensioni, lo stesso peso e suddividile secondo le indicazioni, poi ordina le frazioni da quella che indica la fetta più grande come volume a quella che indica la fetta più piccola."

Dopo aver lavorato sul quaderno, operiamo su vassoi, in cui le torte sono costituite da cartoncini colorati e realizziamo un cartellone che, successivamente, ci aiuterà per ricordare l'esperienza fatta.

Riusciamo a trarre le nostre conclusioni: tra tante frazioni unitarie risulta maggiore come volume quella con il denominatore minore perché meno numerose sono le parti e più grandi sono di volume.
Quindi ordiniamo le frazioni dalla maggiore alla minore:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{12}.$$

Concludiamo che maggiore è il denominatore e più piccole come volume sono le parti.
La situazione continua.

Situazione 10
"*Ilaria, Emma e Carolina vanno proprio alla stessa pasticceria. Ilaria mangia* $\frac{1}{4}$ *di torta all'albicocca, Emma mangia* $\frac{3}{12}$ *di torta al pistacchio e Carolina mangia* $\frac{2}{8}$ *di torta alla vaniglia.*
Evidenzia con delle righe le parti mangiate e rifletti cercando di capire chi ha mangiato di più".

Victor: «Hanno mangiato la stessa quantità.»

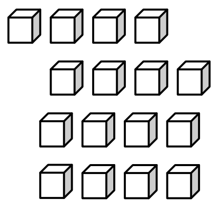
Concludiamo che $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{12}$ e $\frac{2}{8}$ sono frazioni equivalenti.
Rebecca ci spiega che la fetta $\frac{1}{4}$ è la quarta parte della torta, ma anche la fetta $\frac{3}{12}$ è la quarta parte della torta e la stessa cosa vale per il pezzo $\frac{2}{8}$.
A questo punto, le esercitazioni successive sono state quelle classiche che si trovano nella maggior parte dei sussidiari e le prove di verifica di tipo formativo sono state dello stesso tipo come, ad esempio la richiesta di scrivere altre frazioni equivalenti di una frazione data, pensando al rapporto che deve esserci tra il numeratore e il denominatore, fino a scoprire la regola della proprietà invariantiva per cui è sufficiente moltiplicare o dividere numeratore e denominatore per lo stesso numero per ottenere una frazione equivalente. Finché i bambini sono stati legati a situazioni facilmente verificabili nella realtà, non hanno trovato grosse difficoltà ad individuare frazioni equivalenti a quelle date. Successivamente, però, quando abbiamo ripreso le frazioni equivalenti con esercizi ripetitivi e sganciati dal supporto "concreto", i risultati non sono stati per tutti soddisfacenti e, se per alcuni è stato spesso sufficiente richiamare alla mente l'esperienza fatta, magari tramite il supporto visivo del cartellone, per ritrovare maggior sicurezza, per altri questo concetto è rimasto quasi completamente incompreso. Anche in questo caso, in seguito ad una breve verifica, è stato necessario lavorare a piccoli gruppi di livello. Per i bambini più in difficoltà si è sempre cercato di sollecitare una maggior consapevolezza con il supporto del disegno o del materiale concreto, ma soprattutto tramite il dialogo. Mettendo in discussione la mia stessa interpretazione dell'errore, ho cercato di mostrare fiducia all'allievo e chiedere allo stesso alunno di offrirmi una chiave di lettura del suo modo di procedere. Devo dire, purtroppo, che, se per alcuni bambini sono stati raggiunti risultati positivi in una situazione mediata dall'insegnante che stimolava la riflessione, tuttavia, non si è raggiunto un grado di autonomia sufficiente per molti. Spesso gli esercizi venivano eseguiti anche in modo corretto, ma le riflessioni orali confermavano che le soluzioni erano possibili solo grazie all'applicazione meccanica di una procedura di cui si era spesso compreso poco.

Unirà didattica n. 5
Obiettivo:
- riconoscere e usare la frazione come misura di tempo, di lunghezza, di peso.

Afferrare il concetto di frazione come misura non è stato facile, anche se gli esempi di uso della frazione con questo significato nella vita quotidiana sono stati tanti ed è risultato, alla fine, uno dei passaggi più interessanti nel percorso di apprendimento sulle frazioni.
L'input all'unità didattica è stato dato dalla seguente attività.

Situazione 11
"Scegli le quantità di zucchero che occorrono al pasticcere.
Colora lo zucchero necessario al pasticcere, considerando che  = $\frac{1}{2}$ *kg*

CIAMBELLA $\frac{1}{2}$ *kg*
TORTA PARADISO 1 kg
PASTICCINI 1 kg e $\frac{1}{2}$
TORTA MARGHERITA 2kg



La situazione, dapprima svolta in classe con il supporto di sacchetti di zucchero da mezzo chilo l'uno, appositamente preparati, è stata poi registrata sui quaderni.

Ho poi sottoposto a tutta la classe alcune ricette, in cui comparivano misure espresse in frazione e il procedimento di realizzazione che qui non illustro.

Situazione 12
"Osservate queste ricette….
Torta pastiera napoletana

- Ingredienti:
  ½ kg di ricotta setacciata
  150 di canditi tagliati a dadini
  cannella in polvere
  ½ l di crema pasticcera
  g 150 di zucchero
  pasta frolla

Pasta per torta Eliana

- Ingredienti:

hg 3 di farina
g 250 di zucchero
4 uova
½ hg di margarina fusa
1 bustina di lievito
g 25 di cacao
½ bicchiere di latte

Panna cotta

- Ingredienti:

½ l di panna liquida
¼ l di latte
g 200 di zucchero
g 100 di nocciole tostate e tritate
n. 2 fogli di colla di pesce
liquore a piacere

Budino di mandorle

- Ingredienti:

g 70 di mandorle pelate
¾ l di latte
g 150 di zucchero
g 60 di savoiardi sbriciolati
4 uova intere
Vaniglia q. b.

…cosa indica la frazione in questo caso?"

Claudiu: «In questo caso la frazione esprime una misura».

Allora i bambini, a casa, sono andati alla ricerca di altre ricette in cui comparivano misure espresse in frazione. Le hanno portate a scuola e abbiamo ragionato insieme.

Situazione 13
"In quali altri modi posso esprimere le seguenti misure?"

½ Kg zucchero ($\rightarrow$ posso dire g 500 o 5hg o 0,5Kg);
½ litro di latte ($\rightarrow$ posso dire l 0,5 o dl 5 o cl 50 o ml 500);
1 litro e ½ di acqua ($\rightarrow$ posso dire l 1,5 o dl 15 o cl 150 o ml1500);
¼ litro di panna ($\rightarrow$ l 0,25 o dl 2,5 o cl 25 ml 250);
¾ litro di latte ($\rightarrow$ l 0,75 o dl 7,5 cl 75 ml 750);
½ bicchiere di vino ($\rightarrow$ in questo caso la misura è meno precisa perché posso usare bicchieri di tipo diverso e per fare la metà "vado a occhio").

Ho poi chiesto loro se ci fossero altre situazioni in cui si potesse trovare la frazione come espressione di una misura e, per ciascuna situazione, abbiamo analizzato vari casi.
Elisa: «Posso usarla per esprimere una misura di tempo».

Situazione 14
"Lucia impiega $\frac{1}{4}$ *d'ora per raggiungere la scuola. Se parte alle 08.10, a che ora arriva?*

Sono le 18.45. il comandante avvisa i passeggeri che l'aereo atterrerà fra $\frac{1}{4}$ *d'ora. A che ora ci sarà l'atterraggio?*

Abbiamo organizzato una partita di calcetto di $\frac{1}{2}$ *ora. Se cominciamo alle 4 e* $\frac{3}{4}$ *di pomeriggio, a che ora finiremo"?*

Abbiamo allora registrato sul quaderno tanti modi per dire relativi alla misurazione del tempo, in cui compaiono le frazioni:

30 minuti $\rightarrow$ mezz'ora, ½ h;
15 minuti $\rightarrow$ ¼ h, un quarto d'ora;
45 minuti $\rightarrow$ ¾ h, tre quarti d'ora;
un'ora e mezzo $\rightarrow$ 1h e ½, 1h e 30m, 90 minuti.

Poi, altri bambini hanno fatto altre considerazioni, trovando diversi casi in cui la frazione viene usata per esprimere una misura.
Denise: «Anche quando mi misuro la temperatura corporea posso usare la frazione per dire, ad esempio, che ho tanta febbre…38° e mezzo!»
Marco: «Posso esprimere anche la misura di un angolo utilizzando le frazioni…ad esempio posso dire che l'angolo retto è $\frac{1}{4}$ dell'angolo giro e $\frac{1}{2}$ dell'angolo piatto o che l'angolo piatto è $\frac{1}{2}$ dell'angolo giro».
Denis: «In questo modo posso dire anche che un angolo di 270° è $\frac{3}{4}$ dell'angolo giro».

Dopo la fase collettiva, è seguita una fase di esercitazione individuale. Devo dire che i risultati della verifica di tipo formativo mi hanno costretto a soffermarmi più a lungo del previsto su questo punto, riprendendo le esperienze fatte e, in alcuni casi, sollecitando anche i genitori stessi a lavorare a casa con i bambini cimentandosi in preparazione di biscotti, accompagnando i figli a fare la spesa, leggendo in modi diversi l'orologio, mettendoli cioè davanti a tante situazioni reali in cui la frazione come modo per esprimere una misura è utile e frequentemente usato. È in questa unità didattica, in cui il concetto di frazione come modo per esprimere una misura è legato così fortemente a situazioni reali, che si è evidenziato maggiormente il divario, in una delle due classi, tra un numeroso gruppo di alunni "molto forti" e gli altri molto "più deboli". Si è chiaramente delineato un quadro di difficoltà che sono parse spesso legate alla povertà di stimoli nella vita di tutti i giorni e legati alle esperienze quotidiane della vita familiare, evidenziando una carenza di sollecitazioni che, devo ammettere, è stato molto difficile compensare a scuola.

Unità didattica n. 6
Obiettivo:
riconoscere e usare la frazione come quantità di scelta in un tutto.

L'attività precedente mi ha condotto a sviluppare subito dopo questa unità didattica, che avevo, invece, previsto di affrontare successivamente. Infatti, ricercando le ricette in cui comparivano le frazioni come misure, un mio alunno ha portato a scuola un libro di ricette per la preparazione di cocktail "tutto pieno di frazioni". Ci è saltato subito all'occhio, però, che erano ricette in cui, a differenza delle precedenti, le frazioni non erano accompagnate dalla unità di misura di peso di riferimento. In questo caso, infatti, i bambini hanno avuto un esempio di come la frazione come parte uno-tutto e come misura si siano mescolate, in quanto eravamo in assenza di un tutto ben definito e, avendo deciso di preparare alcuni cocktail, siamo stati costretti a prendere alcune importanti decisioni legate ai contenitori che avevamo a disposizione e alla mancanza di uno strumento per misurare in modo convenzionale.

Floridiana
¾ succo d'uva
¼ succo d'arancia
un cucchiaino di succo limone
alcune gocce di sciroppo di zucchero

Cinderella
1/3 succo di limone
1/3 succo d'arancia
1/3 succo di pompelmo

Situazione 15
"Proviamo a preparare i cocktail in classe. Abbiamo tutti gli ingredienti e gli strumenti a disposizione. Come procediamo?"

Claudiu: «Consideriamo il litro come il nostro intero e le frazioni come parti del litro…ma come si può fare a misurare $\frac{1}{3}$ di litro o $\frac{3}{4}$ di litro? Sappiamo esprimere la misura, ma è difficile fare la quantità».

Maestra: «Provate a pensare ad un modo pratico e semplice per operare. Non è detto che si debba partire per forza dall'intero. Vi ricordate l'esercizio in cui vi indicavo una figura che raffigurava $\frac{1}{3}$ e voi dovevate ricostruire l'intero?»

Claudiu: «Giusto! Potremmo considerare una tazzina come la frazione unitaria e mettere tante tazzine di ingredienti quante sono le parti indicate dalla frazione».

Marco: «Abbiamo i bicchieri di carta e quindi possiamo usare questi: 1 bicchiere = $\frac{1}{4}$ per preparare il Cocktail Floridiana…ma nello shaker forse 4 bicchieri di succhi non ci stanno! Con un pennarello facciamo una tacca a poco più di metà bicchiere e consideriamo quella quantità come la frazione unitaria».

Procediamo e finiamo il primo cocktail; poi consideriamo quella quantità come $\frac{1}{3}$ per il Cocktail Cinderella.

Situazione 16
Ora, visto che ci sono ancora succhi, inventiamo un cocktail anche noi."

Chiara: «Usiamo tutti i succhi che abbiamo a disposizione!»

Marco: «Però di succo d'uva ne abbiamo poco. Non riusciamo ad arrivare a quella tacca segnata nel bicchiere. Facciamone una più in basso e consideriamola una piccola parte, ad esempio $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$ di succo d'uva, poi $\frac{2}{8}$ di ananas, $\frac{2}{8}$ di succo d'arancia e $\frac{1}{8}$ di succo di pompelmo».
Risultato…buonissimo!
Decidiamo di scrivere la ricetta per i nostri genitori che, in occasione dei colloqui, durante l'attesa, potranno assaggiare i nostri preparati, ma complichiamo loro la vita ed esprimiamo le quantità con frazioni di denominatore diverso.
Ecco il risultato:

Cocktail di IV A
("Particolare di San Valentino")
1/8 succo di pompelmo
½ succo di ananas
¼ succo d'arancia
1/8 succo d'uva
un po' di zucchero

Cocktail di IVB
¼ succo di pompelmo
2/4 succo d'ananas
¼ succo d'arancia

Questa esperienza, oltre che divertente, è stata stimolante per i bambini per capire come la frazione può indicare una misura ma non definita, bensì relativa all'intero che si vuole considerare e quindi è, nello stesso tempo, anche una quantità di scelta in un tutto ed è stata occasione per trovare frazioni che possano indicare una misura equivalente a quella espressa da un'altra frazione. Alcuni esercizi individuali sul quaderno hanno seguito questa parte collettiva. Devo dire, tuttavia, che la frazione secondo questo significato è risultata per alcuni bambini di difficile comprensione e la verifica formativa lo ha confermato. Abbiamo cercato, pertanto, di creare in classe alcune situazioni in cui poter operare concretamente secondo il concetto di frazione come quantità di scelta in un tutto (prepara le schede in modo da poterne consegnare una ogni due compagni oppure prendi i premi in modo da poterne sorteggiare uno ogni cinque bambini), ma i dubbi sono rimasti per molti.

Unità didattica n. 7
Obiettivi:

- comprendere il significato di frazione come rapporto;
- utilizzare la frazione come rapporto.

Avendo lavorato sulle misure di lunghezza e sul concetto di riduzione in scala fin dalla seconda primaria anche se in modo molto pratico, semplice ed operativo, per il percorso di geometria dal solido al piano, ho voluto portare i miei alunni ad una riflessione su come le frazioni potessero indicare il rapporto tra le grandezze e svolgere semplici situazioni di applicazione di questo concetto. Abbiamo, quindi, ripreso in mano il cartellone che avevamo fatto in seconda primaria, in cui i bambini avevano riportato le loro altezze reali con delle lunghe strisce e avevano poi effettuato la riduzione in scala 1:10 riportando le altezze ridotte con altre striscioline e ho sollecitato alcune riflessioni.

Situazione 17
"Cos'è 1 dm rispetto a 1 m ? (→ 1 dm = 1/10 m)
E 1 m rispetto ad 1 dam? (→ 1 m = 1/10 dam)
E invece 1 hm rispetto ad 1 Km ?(→ 1 hm = 1/10 Km)

(dalle misure di lunghezza abbiamo fatto considerazioni analoghe su altre unità di misura)

Cos'è 1 g rispetto ad 1 hg? (→ 1 g = 1/100 hg)
E 1 u rispetto 1 uK? (→ 1 u = 1/1000 uK)
Che significato ha la frazione in questo caso?"

Carolina: «Ci dice qual è il più piccolo e qual è il più grande».
Lucia: «Assomiglia al modo in cui esprimiamo la riduzione in scala. Quando abbiamo ridotto in scala 1:10 le nostre altezze, la scala ci indicava il grado di "rimpicciolimento", il rapporto tra la rappresentazione e la realtà. In questo caso la frazione ha la stessa funzione, cioè ci dice il rapporto tra 1 dm e 1 m: il dm è più piccolo di 10 volte rispetto al metro e il metro è più grande di 10 volte».
Elisa: «La mia altezza e' di 1,34 m. Riducendo in scala 1:10, ho ottenuto una misura di 10 volta più piccola, quindi 1 m è diventato 1 dm, 3 dm sono diventati 3 cm e 4 cm 4 mm».
Abbiamo concluso che, in questo caso, la frazione esprime un confronto tra 2 elementi, cioè ci dice la "proporzione" tra loro.
Abbiamo proseguito con esercizi individuali sul quaderno sul tipo di quelli che seguono.

Situazione 18
"Prova a disegnare i segmenti secondo le indicazioni poi spiega come procedi.
AB= 2CD

Nello svolgere le situazioni problematiche, ogni bambino ha provato a giustificare autonomamente la propria soluzione. Questa modalità individuale di lavoro è sempre molto utile, in quanto “costringe” ogni bambino a fare una riflessione più approfondita sul percorso intrapreso. A volte, il dover tradurre in linguaggio verbale una procedura matematica o una intuizione, può portare alla scoperta dell’errore o invece ad una padronanza e ad una consapevolezza di gran lunga maggiore.
Marco: «AB è lungo come 2 volte CD».
Claudiu: «AB è doppio di CD e quindi CD è la metà».
Pietro: «Decido la misura di CD; AB deve essere proporzionato a questo, misura cioè il doppio».

C D

A B

$EF = \frac{1}{2}\, GH$

Chaohua: «EF è 2 volte più corto di GH».
Claudiu: «GH è doppio di EF».
Marco: «EF è metà di GH».

G H

E F

$IL = \frac{1}{3}\, MN$”

Matteo: «MN è 3 volte più grande di IL».
Noemi: «IL è 3 volte più piccolo di MN».
Claudiu: «MN è il triplo di IL, IL è la terza parte di MN».

M N

I L

Le difficoltà che sono emerse in questo tipo di lavoro sono state maggiori nella rappresentazione di segmenti e numeri di cui non si forniva alcuna misura, piuttosto che nel calcolo di misure in rapporto ad altre. Credo che ciò si possa spiegare con la considerazione che, mentre nell’individuare una riduzione in scala, ad esempio, il bambino procede sostanzialmente utilizzando la frazione come operatore, diversamente, quando non viene specificato alcun riferimento numerico (due numeri di cui uno sia $\frac{1}{5}$ dell’altro, senza dire né il valore numerico del più grande né quello del più piccolo), occorre applicare propriamente il concetto di frazione come rapporto, più complesso rispetto a quello di frazione come operatore. Mentre, infatti, il secondo implica una procedura che può essere applicata anche senza una reale comprensione, il primo comporta la piena padronanza per poter essere utilizzato. Per aiutare i bambini più in difficoltà, ho cercato di renderli autonomi nella ricerca di uno strumento che li potesse sorreggere fornendo un supporto visivo e meno astratto, come ad esempio un disegno. Alcuni di loro, in seguito a questo tipo di rinforzo, hanno cominciato a trovare autonomamente strade facilitanti proprie, come disegni o rappresentazioni di segmenti anche se la consegna parlava di numeri o viceversa, per giungere alla soluzione delle richieste.

Unità didattica n. 8

Obiettivi:

- riconoscere la percentuale come frazione;
- trasformare una frazione in percentuale e viceversa;
- operare con la percentuale.

Ho mostrato ai bambini, suddivisi in gruppi, articoli di giornale o grafici o tabelle in cui si mostrino esempi diversi di uso della percentuale e ho sollecitato una riflessione:

Situazione 19

"Che cosa hanno in comune questi esempi?"

foto 2

foto 3

foto 4

foto 5

Marco: «La percentuale! »

Maestra: «Cosa indica? »

Denis: «Indica una certa pendenza della strada». (foto 2)

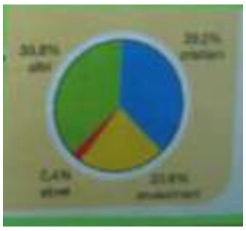
Luca: «In questo caso indica una parte di euro che viene tolta». (foto 3)

Claudiu: «Indica la parte di grassi di cui è composto ogni tipo di pesce».(foto 4)

Laura: «Una parte di persone dicono una cosa, altre ne esprimono un'altra». (foto 5)

Chiara: «Anche nel sussidiario abbiamo trovato dei grafici che rappresentano la percentuale».

Matteo: «L'1% in questo caso è indicato da un quadratino».



Rachele: «L'1% in questo caso è lo "spicchio" con apertura di 360° : 100 = 3,6°».

È stato abbastanza semplice comprendere come si possa trattare la percentuale come una frazione con denominatore 100 e l'unità didattica è proseguita con esercizi classici di applicazione del concetto, ma che nello stesso tempo ricalcano circostanze reali frequenti come, per esempio, situazioni legate allo sconto o all'aumento. La verifica formativa ha evidenziato alcune difficoltà legate alla comprensione della richiesta. Mi spiego meglio formulando un esempio. Se nel calcolare lo sconto, nessun bambino, o quasi, aveva difficoltà, quando invece il problema richiedeva di procedere indicando il prezzo scontato, alcuni bambini si fermavano comunque al calcolo dello sconto. Ciò succedeva, in particolare, quando le due domande non erano espressamente formulate entrambe ma si chiedeva direttamente di indicare il prezzo scontato, lasciando sottointesa la domanda relativa al calcolo dello sconto. Per i bambini più in difficoltà, quindi, si è cercato di facilitare il lavoro esplicitando sempre le domande e lavorando con numeri bassi.

Unità didattica n. 9
Obiettivi:
- trasformare una frazione in numero decimale e viceversa;
- collocare la frazione come punto su una retta orientata.

Lo stimolo iniziale è stato il seguente.

Situazione 18
"In quali altri modi puoi esprimere $\frac{1}{2}$ *?"*

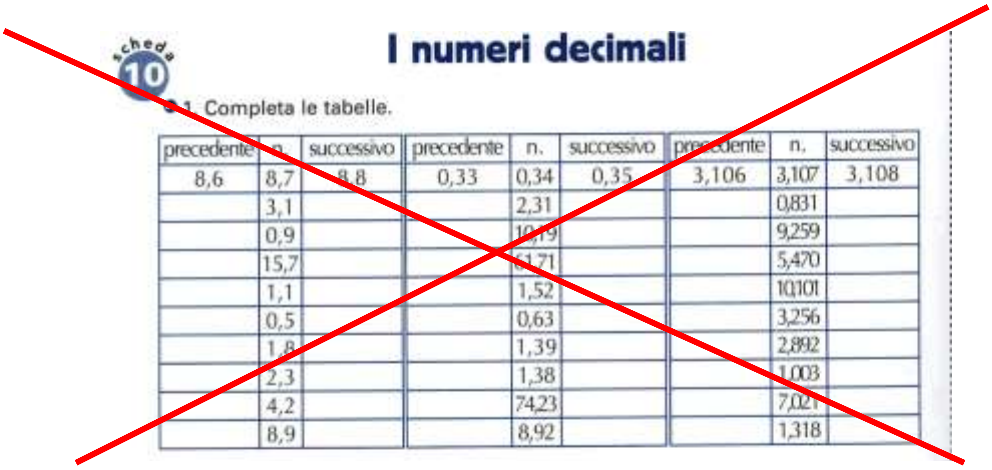
Denis: «Posso dire 0,5 perchè 5 decimi sono mezza unità e ottengo questo numero facendo 1 : 2 parti».
Marco: «Come $\frac{5}{10}$ perchè come 1 è metà di 2, così 5 è metà di 10».
Denis: «Ma allora è equivalente anche $\frac{6,5}{13}$?»
Maestra: «È sicuramente giusto concettualmente, anche se non è espresso nella scrittura convenzionale».

Situazione 19
"Posso collocare le frazioni sulla linea dei numeri?"

Marco: «Se $\frac{1}{2}$ = 0,5 posso collocare anche le frazioni sulla linea dei numeri». Facciamo insieme alcuni esercizi. Poi formulo alcune domande stimolo.

Situazione 20
"Cosa notate? Quante frazioni o numeri razionali posso mettere tra 0 e 1?"

Marco: «Non esistono più precedente e successivo…tra un numero naturale e l'altro ci sono infiniti numeri razionali!»
Osserviamo allora che in alcuni eserciziari ci sono situazioni formulate in modo non corretto.



scheda 10

I numeri decimali

1. Completa le tabelle.

precedente	n.	successivo	precedente	n.	successivo	precedente	n.	successivo
8,6	8,7	8,8	0,33	0,34	0,35	3,106	3,107	3,108
	3,1			2,31			0,831	
	0,9			10,19			9,259	
	15,7			61,71			5,470	
	1,1			1,52			10,101	
	0,5			0,63			3,256	
	1,8			1,39			2,892	
	2,3			1,38			1,003	
	4,2			74,23			7,021	
	8,9			8,92			1,318	

Da questo momento in avanti, in una delle due classi, in particolare, comincia una vera e propria caccia all'errore che, devo dire, per molti aspetti, è stata interessante in quanto ha incentivato nei ragazzi l'abitudine a leggere tutti i testi, gli eserciziari, i sussidiari con un certo spirito critico, rilevando effettivamente in alcuni casi errori o diciture inesatte o incomplete o non coerenti. La stessa collega dell'area linguistica ha rilevato che questo atteggiamento era diventato consueto e, anche durante le lezioni di italiano o storia, non era raro che i ragazzi commentassero certe frasi o modi per esprimere un concetto che, a parer loro, poteva essere fuorviante o anche solo parzialmente inesatto.
Questo obiettivo, richiedendo un elevato grado di astrazione, è risultato molto difficile per i bambini più deboli. Si è ritenuto, tuttavia, dovendo fare delle scelte, di non privilegiare questo aspetto nel lavoro per gruppi di livello, ma dare solo il supporto dell'insegnante nel momento dell'esecuzione degli esercizi.

Unità didattica n. 10
Obiettivi:
- leggere una frazione come espressione di una probabilità;

- utilizzare la frazione come modo per esprimere una probabilità.

Ritengo che a questa età il gioco sia ancora uno dei canali privilegiati per un apprendimento significativo e, perchè no, anche divertente.
Ci siamo cimentati, quindi, in alcuni giochi utili per affrontare il concetto di frazione come espressione di una probabilità.

Situazione 19
"Lancia un dado:

- ❖ *Quanti e quali casi si possono verificare?*
- ❖ *Qual è la probabilità che esca un numero minore di 5? Puoi esprimere in frazione questa probabilità?*
- ❖ *E che esca un numero maggiore di 2 ma minore di 6?"*

Ai bambini è risultato facile lavorare con un solo dado ed è stato piuttosto spontaneo tradurre le probabilità in frazioni, avendo già utilizzato la dicitura 2 su 6, ad esempio, per esprimere la frazione $\frac{2}{6}$ e non solo due sesti.

Situazione 20
"Lancia due dadi:
- ❖ *Quanti e quali sono i punteggi possibili? Illustra la situazione.*
- ❖ *Su quale numero punteresti per avere la probabilità maggiore di vittoria? Perchè?*
- ❖ *Quali i punteggi meno probabili?"*

Sono stati utilizzati diversi modi per giungere alle risposte richieste ed è stato utile confrontare i vari strumenti che hanno fatto giungere alla medesima soluzione.

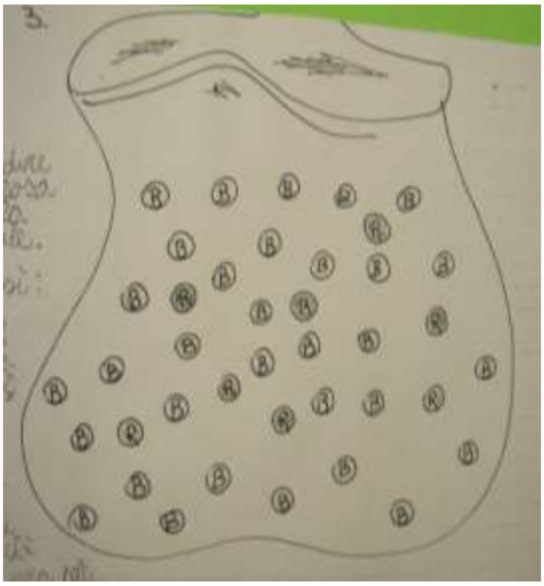
Tutti i gruppi hanno concluso che le possibilità sono 36, dal numero 2 al numero 12. La maggior probabilità ricade sul numero 7 che compare ben sei volte, mentre il 2 e il 12 sono i meno probabili.

Situazione 21
"A pesca … di palline.
Osserva i contenitori a, b, c:

- ❖ *Qual è la probabilità di pescare una pallina rossa?*
- ❖ *Puoi esprimere questa probabilità in frazione?*
- ❖ *E in percentuale?*

Spiega il tuo ragionamento."

In questo caso le soluzioni date hanno portato a riflessioni molto diverse per grado di complessità, in particolare in una classe in cui sono molto differenti i livelli di apprendimento dei bambini.



Claudiu: «In questo caso ci 8 probabilità su 40 di pescare una pallina rossa. Posso dire $\frac{8}{40}$ (la maggior parte dei bambini si è fermata a questo ragionamento). Posso trasformare in percentuale. Farei così: siccome 8 è la quinta parte di 40, anche il 20 è la quinta parte di 100 e quindi la percentuale che esprime la possibilità di estrarre una pallina rossa è 20%».

(Solo con pochi alunni ho tentato do fare un ulteriore ragionamento)
Maestra: «E se avessi 6 palline rosse in un sacchetto di 40? ».
Claudiu. «Farei così: siccome 40 non è multiplo di 6, devo far crescere il 6 nello stesso modo in cui cresce il 40 per diventare 100. Il 40 cresce di 2,5 volte, infatti 100 : 40 = 2,5, quindi faccio 6 x 2,5 = 15 e ottengo $\frac{15}{100}$, cioè 15%.».

Situazione 21
"Procurati un mazzo di carte da gioco:

- *Qual è la probabilità di pescare una carta minore di 4 utilizzando un solo seme? E utilizzando tutte le carte?*
- *Quale la probabilità di pescare una figura?*
- *E un asso?*
- *E una carta da 1 a 5?"*

Emma: «Le carte minori di 4 sono 3, 2, 1. Quindi ho 3 probabilità su 10 carte di pescare una carta minore di 4 utilizzando un solo seme. Considerando i 4 semi e in ognuno di essi le 3 possibilità su 10, in tutto in un mazzo di carte avrò 12 probabilità su 40 di pescare una carta minore di 4».
Rebecca: «La stessa cosa vale per le figure perché sono tre per ogni seme».
Emma: «Nel caso dell'asso, invece ho 4 probabilità in tutto, quindi 4 su 40 e posso scrivere $\frac{4}{40}$ e siccome 4 è la decima parte di 40, posso dire anche $\frac{10}{100}$ e quindi 10% perché anche 10 rispetto a 100 è la decima parte».
Rebecca: «Le probabilità di pescare una carta da 1 a 5 saranno $\frac{20}{40}$ perché sono 5 in ogni seme che moltiplicherò per 4 volte, perché 4 sono i semi. Siccome 20 è metà di 40, posso dire che ho il 50% di possibilità».

Situazione 22

“Lancia in aria una moneta:

❖ *Quali e quanti casi si possono verificare?*

Ora lancia due monete:
❖ *Qual è la probabilità che le due monete ricadendo mostrino la stessa faccia? Prova ad esprimere questa probabilità in frazione e in percentuale.*

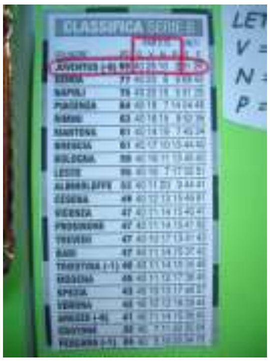
Ora gioca con tre monete:
❖ *Quali eventi si possono verificare?*
❖ Qual è la probabilità che escano tre facce uguali? Quale invece che escano due croci e una testa?”

Ai bambini è piaciuto questo modo di procedere e quasi tutti sono stati in grado, alla fine dell’unità didattica, di esprimere una probabilità in frazione in un semplice caso. Non tutti hanno acquisito la capacità di trasformare la frazione in percentuale, a meno che il denominatore non fosse già espresso in centesimi.

Unità didattica 11
Obiettivo:
- utilizzare la frazione per esprimere un punteggio.

Il breve percorso che vado a presentare tra breve, in realtà non era stato previsto ed è stato intrapreso in quanto si sono create in una classe le condizioni che hanno stimolato una riflessione sulla possibilità di utilizzare la frazione per esprimere un punteggio. Tuttavia, questo concetto non è stato valutato, in quanto, a parer mio, meno importante rispetto agli altri e, in un certo senso, legato al concetto di frazione come modo per esprimere una probabilità e, quindi, in parte già affrontato.
Quasi tutti i bambini di una classe all’epoca praticavano calcio e seguivano le partite in tivù. Osserviamo una classifica, che è stata conservata da uno di loro, che colleziona classifiche, articoli, foto di calciatori,...
La domanda stimolo che è posta è la seguente.

Situazione 23
“Cosa significano queste lettere e questi numeri?”



Marco: «Le lettere significano:
G = giornate, cioè partite;
V = partite vinte;
N = partite pareggiate;
P = partite perse.”

Scegliamo una squadra. Chi mi sa indicare quali sono stati i risultati?

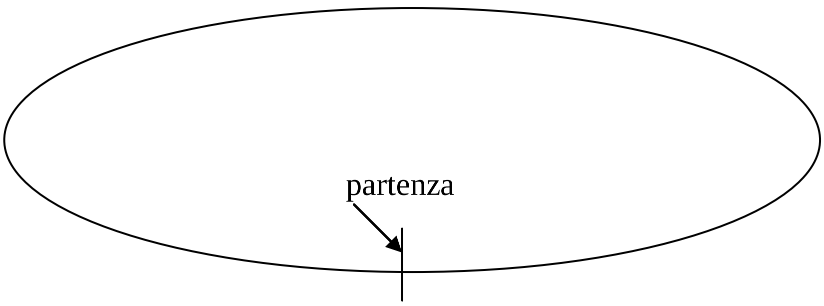
Denis: «In questo caso posso dire che le partite vinte sono state 28 su 40, le pareggiate 10 su 40 e le perse 2 su 20. In tutto 40 partite. Posso dirlo in frazione 28/40, 10/40, 2/40 e sono frazioni complementari».

Situazione 24
Proviamo ad utilizzare anche noi questo metodo per registrare i nostri punteggi in palestra.

Unità didattica 12
Obiettivo:
- utilizzare le conoscenze relative al concetto di frazione per risolvere situazioni problematiche

Un'altra interessante esperienza è stata quella di sottoporre ai ragazzi, suddivisi in gruppi di livello eterogenei, alcune situazioni la cui soluzione, seppur non trattando, in molti casi, di frazioni in modo esplicito, sottintendevano tuttavia l'acquisizione del concetto di frazione nei suoi diversi aspetti. Giunti alla soluzione, gli studenti dovevano improvvisarsi insegnanti, illustrando al resto della classe sia i problemi sia le soluzioni proposte argomentando e giustificando i propri percorsi. I gruppi si sono costituiti liberamente e casuale è stata l'assegnazione dei problemi. Riporto sia i testi dei problemi, sia alcune soluzioni.

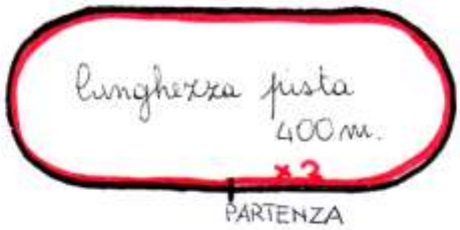
Situazione 25
"Oggi i professori siamo noi!
(1° gruppo)
Colora in blu il percorso di chi corre i 200 m, in rosso il percorso di chi corre gli 800 m e in giallo il percorso di chi corre i 1500 m. Spiegate il vostro ragionamento."



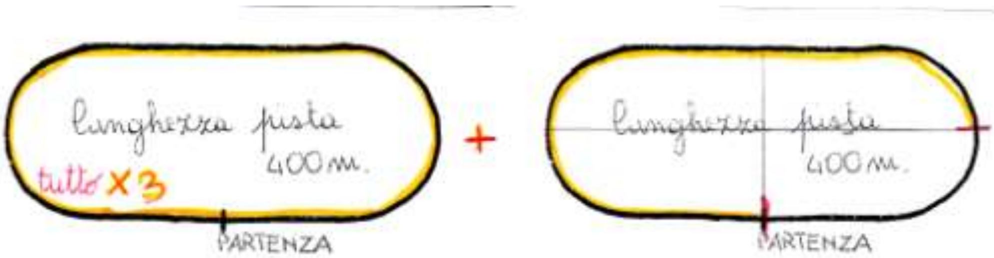
Le abilità necessarie per la risoluzione del problema sono legate alla padronanza del concetto frazione come rapporto e come misura. Queste sono state le soluzioni proposte, prima scritte e poi esposte alla classe.

Chiara: «Visto che 200 è l'esatta metà di 400, abbiamo diviso in due parti il percorso e abbiamo colorato la linea curva che ne delimitava una parte (la metà, 200 m). Quindi 400 : 2=200».

Sofia: «Visto che 400 (lunghezza della pista) è la metà di 800 (m da percorrere), abbiamo capito che l'intero percorso va ripetuto 2 volte perché 400 × 2=800».



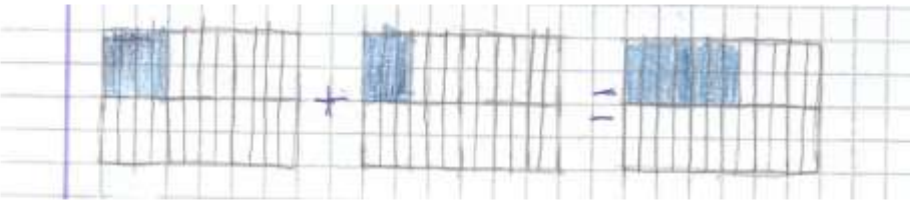
Rebecca: «Abbiamo notato che il 400 sta nel 1500 tre volte con il resto di 300. Abbiamo poi visto che il 300 rispetto a 400, in frazione, è $\frac{3}{4}$; bisogna allora dividere in 4 parti il percorso (ogni parte 100) e colorarne 3. Quindi bisogna percorrere il percorso tre volte più $\frac{3}{4}$ equivalenti a 300 m (400 × 3)+300=1200+300=1500 m».



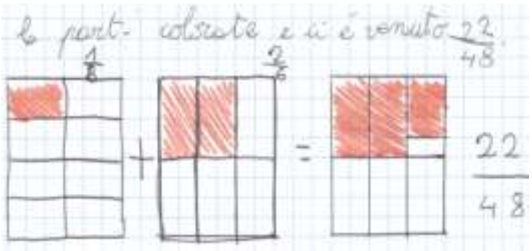
Situazione 26
" Oggi i professori siamo noi!
(2° gruppo)
Claudio mangia prima $\frac{2}{8}$ di torta e poi $\frac{1}{4}$ di torta. Quanta torta mangia in tutto? Spiegate il vostro ragionamento.
Quando pensate di aver trovato la soluzione al quesito precedente, riflettete sul caso in cui mangio prima $\frac{1}{6}$ e poi $\frac{1}{8}$ di torta."

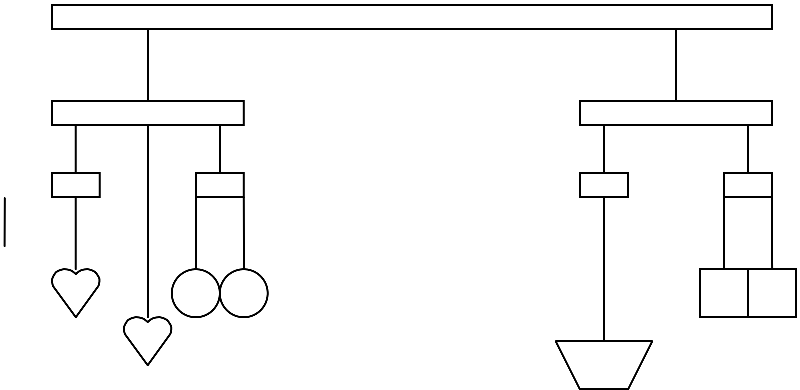
Le abilità richieste da questo problema sono quelle legate alla conoscenza dalla frazione come parte uno-tutto su continuo e come operatore su continuo. In questo caso, come si può evincere anche dalle soluzioni a cui sono giunti gli alunni, il quesito richiedeva di intuire il concetto di somma tra frazioni anche con denominatore diverso, obiettivo che non era stato affrontato e che non ho intenzione neanche di approfondire nell'arco della scuola primaria. Avevo, tuttavia, fondati motivi per ritenere che alcuni dei miei ragazzi potessero giungere autonomamente, sotto sollecitazione, a comprendere il procedimento tramite il quale giungere alla somma di frazioni con denominatore diverso e i fatti mi hanno dato ragione. Ecco le soluzioni dei gruppi.


Chiara: «Abbiamo trasformato $\frac{2}{8}$ in una frazione equivalente ($\frac{1}{4}$); poi abbiamo sommato la torta mangiata prima e quella dopo, ottenendo $\frac{2}{4}$, cioè la metà».
Claudiu: «Abbiamo trasformato $\frac{1}{6}$ in $\frac{4}{24}$ e $\frac{1}{8}$ in $\frac{3}{24}$. Poi abbiamo sommato $\frac{4}{24}$ e $\frac{3}{24}$ che dà $\frac{7}{24}$».



Invece il gruppo dell'altra classe ragiona in questo modo.
Andrea: «Abbiamo fatto 6 × 8 in modo che il numero trovato (48) si possa dividere per tutti e due i denominatori delle frazioni. Abbiamo disegnato le torte di 48 quadretti ciascuna, cioè 6 × 8 e abbiamo disegnato $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{6}$, vedendo che $\frac{1}{8}$ corrisponde a 6 quadretti e $\frac{2}{6}$ a 16 quadretti. In tutto 24 quadretti, cioè $\frac{24}{48}$».





Situazione 27
"Oggi i professori siamo noi!
(3° gruppo)
(tratto da kangourou 2006-ecolier n. 24)
Miriam ha appeso al soffitto della sua stanza il gioco mobile che vedi in figura. Barre e pendagli di ugual forma hanno lo stesso peso e tutta la struttura è in perfetto equilibrio. Ogni pendaglio quadrato pesa 30 grammi. Qual è il peso di ogni pendaglio circolare?"

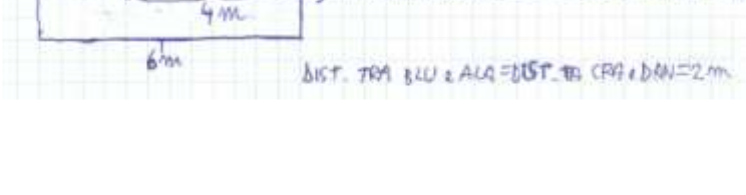
Nell'esercizio originale veniva fornita una rosa di risposte tra cui effettuare una scelta (A- 10 B- 20 C- 30 D- 40 E- 50), mentre io non ho fornito nessuna risposta ai ragazzi.

La soluzione implicava la conoscenza della frazione come rapporto. I ragazzi hanno spiegato così il loro ragionamento.
Rachele: «Il peso di una barra grossa è 120 perché i 2 quadrati insieme fanno 60 e il trapezio deve essere anch'esso di 60, quindi 60 +60=120. I cuori devono valere ognuno come 2 cerchi considerando la disposizione dei pendagli, quindi 6 cerchi pesano 120 e uno peserà 20».
Il problema è stato interessante perché un gruppo, durante la spiegazione alla classe, si è accorto che la soluzione che inizialmente riteneva giusta (il cerchio vale 30 come pure il cuore, mentre il trapezio vale 60), in realtà non era corretta in quanto, considerata la posizione dei pendagli, la struttura non sarebbe stata in equilibrio.

Situazione 28
" Oggi i professori siamo noi!
(4° gruppo)
(tratto da kangourou 2006-ecolier n.16)
Quattro corvi sono appollaiati su una trave. I loro nomi sono Ala, Blu, Cra e Dan. Ala è appollaiata esattamente a metà tra Blu e Cra. La distanza tra Blu e Ala è uguale a quella tra Cra e Dan. Ala dista 4 metri da Dan. Quale distanza intercorre tra Blu e Dan?"

L'esercizio originale prevedeva la scelta tra cinque risposte che io ho deciso di non fornire (A-5 m B- 6 m C- 7 m D- 8 m E- 9 m).

In questo caso, il test sottintendeva la chiara conoscenza del concetto di metà e doppio e il concetto di frazione come rapporto. Le soluzioni proposte sono state le seguenti.
Matteo: «Per prima cosa abbiamo sistemato i corvi sulla trave come richiesto: Ala tra Cra e Blu, la distanza tra Blu e Ala uguale a quella tra Cra e Dan e Ala distante 4 m da Dan. Dopo questo, abbiamo visto che la distanza tra Ala e Cra è la metà di quella tra Ala e Dan, quindi 2 m. Sempre 2m è la distanza tra Blu e Ala, tra Ala e Cra e tra Cra e Dan. Quindi tra Blu e Dan la distanza è di 6m».



La cosa interessante di questo problema è che i gruppi delle due classi hanno dato risposte corrette prevedendo però soluzioni diverse, disponendo i corvi sulla trave in modo esattamente simmetrico gli uni (VA) rispetto agli altri (VB).

3.5. La verifica e i risultati

3.5.1. Premessa

La valutazione, come era stato già evidenziato nel paragrafo 3.3.2., si basa sui risultati di due prove di verifica: una di tipo individuale ed una a squadre. Illustro di seguito le due prove separatamente, con i relativi risultati.

3.5.2. La prova di verifica individuale

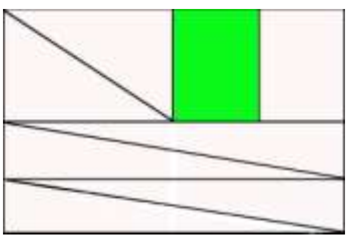
Per fare in modo che la verifica risultasse risolvibile in un arco massimo di tempo di 2 ore, ho scelto alcuni problemi tra una rosa che avevo inizialmente considerato. La prova è costituita da 16 problemi tesi a verificare il raggiungimento dei vari obiettivi. Mentre in alcuni casi un solo problema è sufficiente a testare l'obiettivo previsto in relazione ad una determinata unità didattica, in altri casi blocchi di 2 o 3 problemi verificano il raggiungimento dell'obiettivo. Pertanto, all'inizio di ogni blocco di problemi o prima di un problema, ho indicato gli obiettivi che si intendono verificare e l'unità didattica di riferimento per quegli stessi obiettivi. Dopo la formulazione delle situazioni problematiche, invece, per ogni problema o blocco di problemi ho evidenziato sia le abilità richieste sia il sistema di attribuzione del punteggio e la soglia della sufficienza prevista, elementi che, naturalmente, sono serviti a me, ma che sono stati eliminati nella prova effettivamente somministrata. Al termine della presentazione della prova, ho inserito il punteggio globale e la scala di valutazione corrispondente ai vari punteggi, scala di valutazione che ho concordato con la collega che, nella mia scuola, si occupa dell'ambito matematico della classe parallela a tempo pieno.

Verifica individuale

Unità Didattica n. 1 (problemi 1, 2, 3)
Obiettivi:
- riconoscere e utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel continuo;
- utilizzare la frazione come parte di un uno-tutto nel discreto.

1. La parte colorata rappresenta la frazione indicata per quanto riguarda la superficie delle figure?

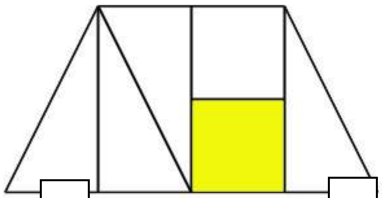
1/8



Sì N

Perché? ____
____
____

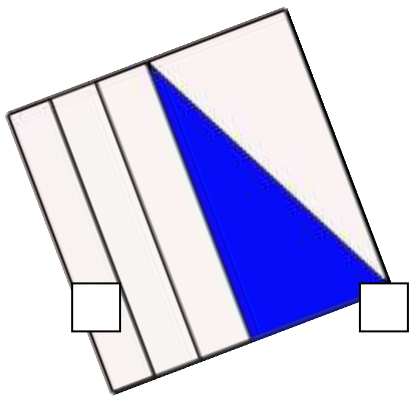
1/6



Sì No

Perché? ____
____
____

1/5



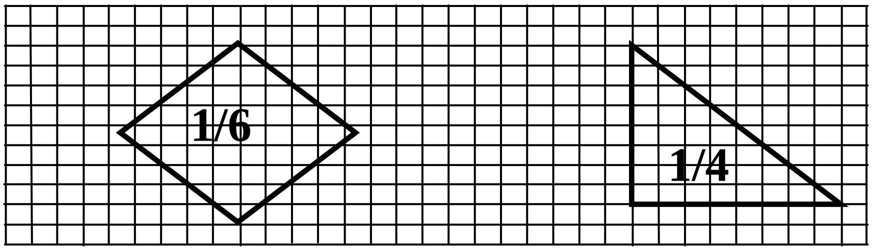
Sì No

Perché?

____
____
____

2. Disegna in ciascuna delle seguenti figure una parte che rappresenti la frazione indicata

Ora colora la parte complementare.
Prova ad esprimere la parte complementare in frazione.



3. Calcola:

1/6 di 18 fiori ____

Abilità richieste:
- avere consapevolezza della relatività del termine "uguale" riferito nel primo e nel secondo caso alla superficie (indipendentemente dalla forma), nel terzo caso al numero degli oggetti;
- riconoscere la parte complementare;
- saper esprimere una parte in frazione.

Sistema di punteggio: tot. 16 punti.
Es. 1 – 9 punti: 1 punto per ogni risposta corretta, 2 punti per ogni giustificazione completa e corretta e coerente fornita a supporto di risposta corretta, 0 punti se la giustificazione manca, 1 punto se la giustificazione è coerente alla risposta data ma la risposta è sbagliata.
Es. 2 – 6 punti (1 per ogni suddivisione corretta delle figure, 1 per ogni riconoscimento della parte complementare, 1 per ogni corretta scrittura della frazione complementare).
Es. 3 – 1 punto.

Soglia della sufficienza: 6 punti.

Unità didattica n. 4 (problemi 4, 5)
Obiettivi:
- confrontare e ordinare le frazioni;
- individuare frazioni equivalenti.

4. Chi ha mangiato più torta in ciascuna delle tre sequenze tra Giulia e Sara?

Giulia Sara

8/8 6/6 3/5 4/5 7/12 7/20

Se vuoi puoi aiutarti con il disegno.

5. Scrivi una frazione equivalente per ciascuna della frazioni date.

$\frac{1}{4}$ - _______________

$\frac{2}{3}$ - _______________

$\frac{3}{5}$ - _______________

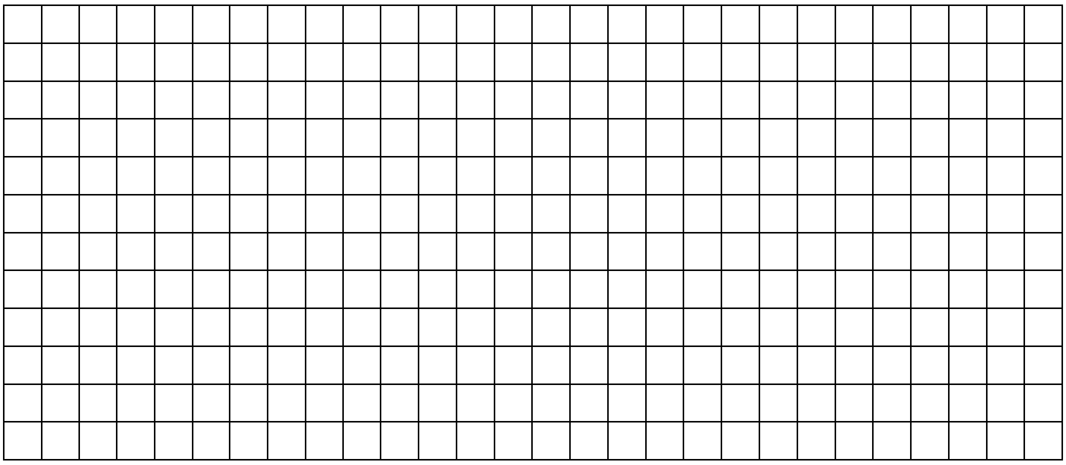
Abilità richieste:
- capire che, tra frazioni con uguale denominatore, è maggiore quella con numeratore maggiore;
- capire che, tra frazioni con uguale numeratore, è minore quella con denominatore più grande;
- capire che due frazioni sono equivalenti se il rapporto tra numeratore e denominatore è lo stesso;
- saper applicare la proprietà invariantiva nella frazione per trovare frazioni equivalenti.

Sistema di punteggio: tot. 6 punti.
- Es. 4 – 3 punti: 1 per ogni risposta corretta.
- Es. 5 – 3 punti: 1 per ogni frazione equivalente corretta.

Soglia della sufficienza: 4 punti.

Unità didattica n. 3 (problema 6)
Obiettivo:
- la frazione come operatore (nel discreto)

6. Marco festeggia il compleanno con 45 amici. Di questi $\frac{2}{5}$ sono suoi compagni di classe. Quanti tra gli amici di Marco presenti alla festa sono suoi compagni di classe? Quanti invece non sono suoi compagni di classe?



Abilità richieste:
- saper operare con le frazioni su discreto;
- saper calcolare la frazione complementare.

Sistema di punteggio: tot. 3 punti.
- Es. 6 - 3 punti: 2 punti per il calcolo della frazione, 1 punto per il calcolo della frazione complementare.

Soglia della sufficienza: 2 punti.

Unità didattica n. 8 (problema 7)
Obiettivi:
- riconoscere la percentuale come frazione;
- trasformare una frazione in percentuale e viceversa;
- operare con la percentuale.

7. Una maglia da 60 euro viene scontata del 20%. A quanto viene venduta scontata?

Abilità richieste:
- assimilare la percentuale ad una frazione con denominatore 100;
- operare con la percentuale;
- possedere il concetto di frazione complementare.

Sistema di punteggio: 3 punti.
- Es. 7 – 3 punti: 2 punti per il calcolo della percentuale, 1 punto per il calcolo della parte complementare.

Soglia della sufficienza: 2 punti.

Unità didattica n. 6 (problema 8)
Obiettivo:
-riconoscere e usare la frazione come quantità di scelta in un tutto.

8. Ai Grandi Magazzini si regalano buoni sconto ad 1/10 dei clienti.
Se sono stati distribuiti 100 buoni, quanti clienti saranno entrati?
(spiega il tuo ragionamento)

Abilità richieste:
- riconoscere la frazione come quantità di scelta in un tutto;
- saper operare con la frazione come quantità di scelta in un tutto.

Sistema di punteggio: tot. 3 punti.
- Es. 8 – 3 punti: 2 per la soluzione, 1 per la corretta giustificazione.

Soglia della sufficienza: 2 punti.

Unità didattica n. 7 (problema 9)
Obiettivi:
- comprendere il significato di frazione come rapporto;
- utilizzare la frazione come rapporto.

9. Disegna due segmenti tale che uno sia $\frac{1}{5}$ della lunghezza dell'altro.

Scrivi due numeri tali che uno sia $\frac{1}{6}$ della grandezza dell'altro

Abilità richieste:
- capire che tra numeratore e denominatore vi è un rapporto che deve essere soddisfatto dalle proporzioni tra gli "oggetti" rappresentati;

Sistema di punteggio: tot. 4 punti.

- Es. 9- 4 punti: 2 punti per la prima parte, 2 punti per la seconda parte.

Soglia della sufficienza: 2 punti.

Unirà didattica n. 5 (problema 10, 11, 12)
Obiettivo:
- riconoscere e usare la frazione come misura di tempo, di lunghezza, di peso.

10. Trova un’altra scrittura per indicare queste quantità.

$\frac{1}{2}$ kg = ___________________________________

$\frac{3}{4}$ l = _____________________________________

$\frac{1}{4}$ d’ora =__________________________________

11. Che frazione dell’angolo giro rappresenta l’angolo retto?

____

12. Una moneta da 20 cent quale frazione è rispetto ad una moneta da 1 euro?

____

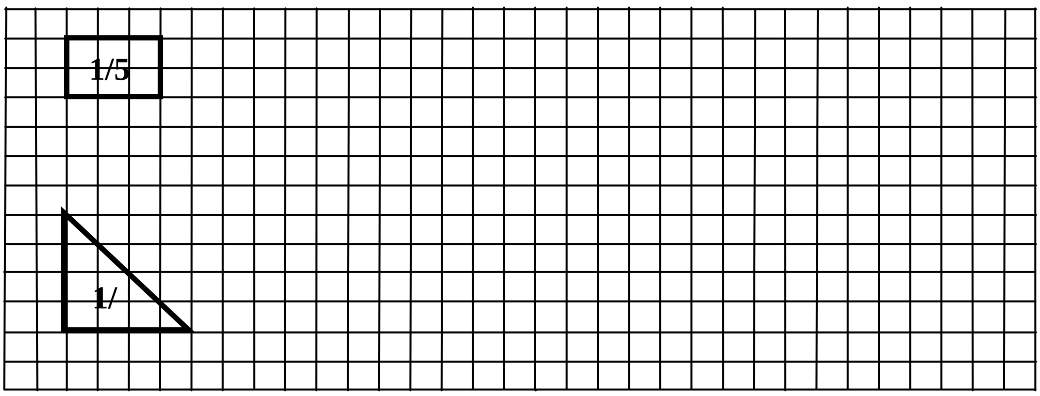
Abilita richieste:
- saper risalire alla misura espressa da una frazione;
- saper esprimere una misura con una frazione.

Sistema di punteggio: tot. 10 punti.
- Es. 10 - 2 punti per ogni risposta.
- Es. 11 - 2 punti.
- Es. 12 - 2 punti.

Soglia della sufficienza: 6 punti.

Unità didattica n. 2 (problema 13, 14)
Obiettivo**:**
ricostruire l’intero partendo da una frazione data, nel continuo e nel discreto.

13. Ricostruisci l’intero, conoscendo una parte.



14. Giulia ha percorso 15 km che costituiscono $\frac{2}{3}$ dell’intero tragitto.
Quanti chilometri è lungo l’intero percorso che deve effettuare Giulia?

Abilità richiesta:
- essere consapevoli del significato del rapporto tra numeratore, denominatore e intero;
- saper risalire alla frazione complementare, nel continuo e nel discreto, sia partendo da una frazione unitaria sia partendo da frazioni più complesse in cui occorre risalire prima alla frazione unitaria.

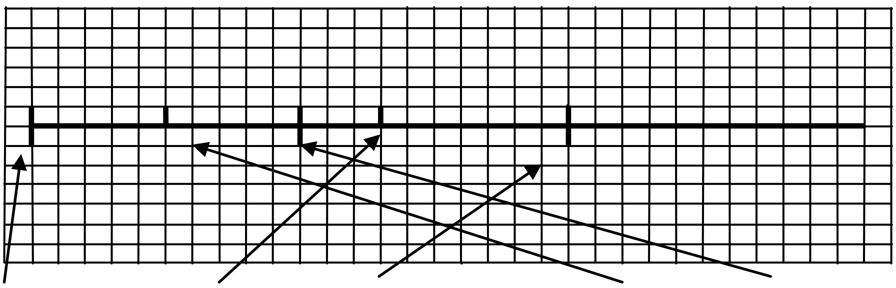
Sistema di punteggio: tot. 7 punti.
- Es. 13 – 2 punti per ogni intero ricostruito.
- Es. 14 – 3 punti per la soluzione, 1 punto se trovano solo la parte di percorso mancante.

Soglia della sufficienza: 4 punti.

Unità didattica n. 9 (problema 15)

Obiettivi:
- trasformare una frazione in numero decimale e viceversa;
- collocare la frazione come punto su una retta orientata.

15.Ecco i risultati di una gara di ginnastica. Posizionali sulla linea dopo averli trasformati in numeri decimali. Chi ha vinto la gara?



0	3/10	1,3	2/4	2	18/10		0,5	1
Carlo	Tom	Sandra	Lia	Emma	Marco		Luca	Giulia

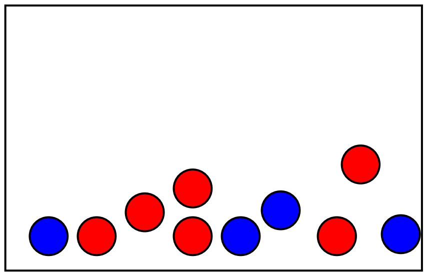
Abilità richieste:
- comprendere che la frazione è un modo per esprimere un numero razionale;
- saper trasformare le frazioni in numeri razionali;
- saper posizionare i numeri razionali come punti sulla retta.

Sistema di punteggio: tot. 7 punti.
- Es. 15 – 7 punti: 1 punto per ogni trasformazione in numero decimale, 1 punto per ogni posizionamento sulla retta, 1 punto per la risposta corretta.

Soglia della sufficienza: 4 punti.

Unità didattica n. 10 (problema 16)
Obiettivi:
- leggere una frazione come espressione di una probabilità;
- utilizzare la frazione come modo per esprimere una probabilità.

16. Osserva il contenitore. Quale probabilità hai di pescare un pallina rossa? Sai esprimerla in frazione? E in percentuale?



Hai più probabilità di pescare una pallina rossa o una blu?

Abilità richieste:
- saper esprimere una probabilità con una frazione;
- intuire la maggiore o minore probabilità legata a diverse quantità;
- essere consapevoli che la probabilità va sempre considerata sul numero intero degli oggetti;
- saper trasformare la frazione in percentuale.

Sistema di punteggio: tot. 6 punti.
- Es. 16 – 6 punti: 1punto per la prima risposta, 2 punti per la seconda risposta, 2 punti per la terza risposta, 1 punto per la quarta risposta.

Soglia della sufficienza 2 punti.

In questa prova di verifica, volendo soffermare la mia attenzione esclusivamente sull'acquisizione dei concetti e delle abilità legate agli obiettivi previsti, non ho ritenuto opportuno considerare gli eventuali errori di calcolo. Per la verifica individuale ho previsto, quindi, un punteggio totale sulla base del quale ho stabilito sia la soglia della sufficienza sia le voci corrispondenti ai vari punteggi.

Punteggio totale 65 punti
34 punti – soglia della sufficienza
44 punti – buono
54 punti – distinto
65 punti – ottimo

La verifica, oltre che nelle due classi in cui ho realizzato il percorso sulle frazioni presentato fino ad ora, è stata somministrata anche in altre tre classi quinte, grazie alla gentile collaborazione di alcune colleghe con le quali abitualmente mi confronto e collaboro. Desidero, quindi, mostrare i risultati delle mie due classi e di quelle "di controllo".

3.5.3. I risultati della verifica individuale

Tabelle e
Commento ai risultati

3.5.4.. La gara a squadre

La gara a squadre, invece, è stata formulata per essere somministrata a gruppi liberamente costituiti e completamente autogestiti, che dovevano risolvere, in un tempo massimo di 1 ora e 30 minuti, tre quesiti. Anche in questo caso, ho evidenziato sia le abilità richieste sia le modalità di attribuzione del punteggio, che nella versione somministrata ai ragazzi non comparivano.

Gioco a squadre

1. Nonna rosa vuole cucinare la seguente ricetta solo per lei e il nonno. Quali misure deve utilizzare? (Estrai le informazioni dalla ricetta)
E se invece volesse cucinarla per una serata con ospiti (totale 6 persone), quali misure dovrebbe utilizzare?
Spiega il tuo ragionamento.

Pasta per torta Eliana (per 4 persone)
Ingredienti:
hg 3 di farina
g 250 di zucchero
4 uova
500 g di margarina fusa
1 bustina di lievito
g 25 di cacao
½ bicchiere di latte

Abilità richieste:
- usare la frazione come operatore;
- riconoscere la frazione come quantità di scelta in un tutto.

Sistema di punteggio: tot. 5 punti.
- Es. 1 – 5 punti: 1 punto per la risposta corretta alla prima domanda, 1 punto per la risposta corretta alla seconda domanda, 1 punto per l'argomentazione corretta della prima parte, 1 punto per l'argomentazione corretta della seconda parte.

2. Ecco le risposte sul sondaggio svolto sulla domanda "Com'è la tua colazione?":
10% non faccio colazione
25% faccio una abbondante colazione
50% bevo solo un tè/caffè al volo
15% mangio qualcosa senza bere nulla
Quante persone hanno risposto "non faccio colazione" se gli intervistati sono stati 20?
E se le risposte "bevo solo un tè/caffè al volo" fossero state 35, quanti sarebbero stati gli intervistati?
Spiega il tuo ragionamento.

Abilità richieste:
- riconoscere la frazione come percentuale;
- riconoscere la frazione come quantità di scelta in un tutto;
- operare con la percentuale dall'intero alla parte e dalla parte all'intero.

Sistema di punteggio: tot. 5 punti.
- Es. 2 – 5 punti: 1 punto per la risposta corretta alla prima domanda, 2 punti per la risposta corretta alla seconda domanda, 1 punto per l'argomentazione corretta della prima parte, 1 punto per l'argomentazione corretta della seconda parte.

3. Una pizza rettangolare lunga 4m è suddivisa secondo quattro gusti: una parte è al prosciutto, una alle olive, una ai funghi e una ai carciofi. Suddividi la pizza sapendo che la parte al prosciutto è doppia di quella alle olive e metà di quella ai carciofi. Quella ai funghi è come quella alle olive. Quanto sarà lunga ogni parte?

Abilità richieste:
-conoscere la frazione come rapporto;
- conoscere la frazione come misura;
- conoscere la frazione come parte uno-tutto su continuo;
- utilizzare la frazione come operatore.

Sistema di punteggio: tot. 10 punti.
- Es. 3 – 10 punti: 5 punti per la risposta corretta alla domanda, 5 punti per l'argomentazione corretta.

Viene attribuita una penalità di 1/2 punto per ogni errore di calcolo e per ogni equivalenza sbagliata. Per argomentazione corretta si intende la spiegazione del modo di procedere, del ragionamento, del percorso cioè che è stato fatto per arrivare alle conclusioni riportate come soluzione. Non viene considerato corretta l'argomentazione in cui semplicemente si racconta a parole l'operazione matematica fatta o in cui si dice "dal testo ho capito che la soluzione era…" e non si aggiunge quindi nulla di significativo alla risposta.

Sistema di punteggio:
1° esercizio - 10 punti (5 per ogni domanda);
2° esercizio - 10 punti (5 per ogni domanda);
3° esercizio - 30 punti (10 per la prima domanda e 20 per la seconda domanda).

Per stabilire la graduatoria tra le squadre, a parità di punteggio, ho previsto di considerare il ragionamento più o meno completo. A parità di punteggio e in presenza di spiegazioni ugualmente accettabili, ho pensato di considerare il tempo impiegato per lo svolgimento. Dopo aver riportato la classifica con i risultati della gara a squadre, mi soffermerò brevemente su alcune considerazione relative ai traguardi raggiunti dalle due classi nel lavoro in gruppo.

3.5.5. I risultati della gara a squadre

Classifica

Posizione	Squadra	Punteggio
1° posto	Squadra della Luna – V A	20 (tempo 40')
2° posto	Squadra del Sole – V A	20 (tempo 50')
3° posto	Squadra di Marte – V B	20 (tempo 1h 5')
4° posto	Squadra di Giove – V B	19,5
5° posto	Squadra della Terra – V B	19
6° posto	Squadra di Saturno – V B	17
7°posto	Squadra di Venere – V B	15
8°posto	Squadra di Plutone – V A	13,5
9° posto	Squadra di Mercurio- V B	12
10° posto	Squadra di Nettuno – V A	11,5

Tutte le attività svolte in gruppo nei due anni di svolgimento del progetto hanno avuto, a parer mio, un significativo epilogo nella gara a squadre, che, oltre ad essere stimolante per i ragazzi, è stata molto utile per osservare le dinamiche di gruppo e per valutare gli eventuali miglioramenti proprio in relazione alla capacità di lavorare in gruppo.
In V A si sono costituiti 4 gruppi da 4 o 5 alunni ciascuno.
Un gruppo è risultato un po' più debole degli altri e ha avuto bisogno di qualche consiglio su come procedere, nonostante il quesito a loro capitato fosse quello che è risultato meno complicato nell'altra classe, anche per il supporto visivo previsto dal problema. Questo gruppo è stato quello all'interno del quale c'è stata qualche discussione legata anche alla

necessità di trascrivere il ragionamento. In un altro gruppo, invece, hanno sostanzialmente lavorato solo in due.

Complessivamente i gruppi hanno lavorato in modo abbastanza sereno, come del resto in questa classe è successo fin da quando abbiamo cominciato a sperimentare questa modalità di lavoro. Ciò che sembra cambiato è costituito dal fatto che quasi tutti i ragazzi, anche i più deboli, ad esclusione di due, sono riusciti a trovare un proprio ruolo all'interno del gruppo, sia anche solo quello di scrivano. Per quanti riguarda i risultati, devo dire che sono stati soddisfacenti. I tempi di esecuzione sono stati tutti piuttosto brevi.

In V B, si sono costituiti 6 gruppi da 4 alunni ciascuno. C'era un bambino assente. Hanno partecipano quasi tutti. Solo in un gruppo 1 bambina prende leggermente il sopravvento sugli altri (è lei che scrive ed è lei che coordina gli altri), mentre un altro gruppo ha necessitato di aiuto per trovare un equilibrio un po' difficile da raggiungere. Mi è sembrata particolare la situazione di un terzo gruppo, in cui accanto a 2 bambini un po' polemici, erano presenti 3 bambine tranquille e 1 alunna aggregante che ha mediato fino a far raggiungere al gruppo un ottimo equilibrio. Complessivamente, i ragazzi di V B, nonostante la loro vivacità e le loro personalità originali, hanno raggiunto una discreta capacità di confronto. I conflitti sono stati numerosi in questi anni, ma la numerosità delle occasioni in cui hanno dovuto cimentarsi nel lavoro di gruppo, scontrandosi con la difficoltà ad interagire serenamente con gli altri, li ha resi più capaci di rapportarsi in modo sereno tra loro, condividendo il proprio punto di vista con quello altrui, con la consueta determinazione ma unita a maggior garbo e ad una maggiore apertura ad accogliere l'apporto altrui. Anche in questo caso, i risultati sono stati soddisfacenti. I tempi di esecuzione sono stati più lunghi rispetto l'altra classe e un gruppo, in particolare, ha consegnato la prova solo al termine del tempo previsto.